گفت‌وگو با دکتر محمدحسن بیژن‌زاده، استاد تمام ریاضی و مؤلف کتاب‌های درسی

عشق به ریاضیات را مدیون آفرین یک معلم هستم

قسمت اول

محمدحسین دیزجی

اشاره

دورهٔ کارشناسی ریاضی را در دانش‌سرای عالی تهران گذراند و سپس وارد دورهٔ دو سالهٔ مدرسی ریاضیات در «مؤسسه ریاضیات دکتر غلامحسین مصاحب» شد. کارشناسی ارشد را از «دانشگاه شفیلد» انگلستان و دکترای ریاضیات را در رشتهٔ تخصصی «جبر جابه‌جایی» و «جبر همولوژی» از همان دانشگاه دریافت کرد. به مدت دو سال استاد مدعو در «دانشگاه شفیلد» انگلستان بود. سپس در زمینه‌های علمی و تحقیقاتی ریاضیات و آموزش ریاضیات فعالیت‌های خود را دنبال کرد.

تدریس ریاضیات در «دانشگاه خوارزمی» (تربیت‌معلم سابق)، تحقیق و تدریس به مدت یک سال در «دانشگاه آرکانزاس» آمریکا، راهنمایی، مشاوره و نظارت بر چند پایان‌نامهٔ دکترا و کارشناسی ارشد، و همچنین تألیفات متعدد، ترجمهٔ کتاب و نوشتن مقالات فراوان در این رشته، از جمله نکته‌های برجستهٔ کارنامهٔ او به شمار می‌روند. در موضوع‌های ریاضیات، جبر، جبر خطی، هندسه و آموزش ریاضی آثار متنوعی از این استاد ریاضیات در دسترس است که از دانش‌آموزان دبستانی تا دانشجویان دوره‌های عالی دانشگاهی از آن‌ها بهره می‌برند. نوشته‌هایش تنها به زبان فارسی محدود نیست و به زبان‌های خارجی نیز مطالبی را در قالب مقاله ثبت کرده است.

دکتر محمدحسن بیژن‌زاده متولد سال ۱۳۲۵ است. با پرسش‌هایی متنوع در حوزهٔ دانش ریاضی به گفت‌وگو با او نشستیم. عمرش را در راه علم‌آموزی و آموزش ریاضی صرف کرده و امروز دنیایی از تجربه و تدبیر است. برای آنان که تازه در راه آموزش ریاضیات پا پیش گذاشته‌اند و درصدد تعلیم آن به دانش‌آموزان هستند، کلامش قابل درنگ و تأمل است. حرف‌هایش سرشار از تجربه است. او ریاضیات را با تمام وجود درک می‌کند، اما فروتنی‌اش اجازه نمی‌دهد که از خویش و گام‌هایی که برداشته است بیشتر بگوید.

شما را به مطالعهٔ متن این گفت‌وگو دعوت می‌کنیم تا از دیدگاه‌ها و نظرات استاد دکتر محمدحسن بیژن‌زاده بیشتر بدانیم.

محمدحسین دیزجی

● **گفت‌وگو را با این پرسش شروع می‌کنم که به نظر شما هدف از آموزش ریاضی در مدرسه چیست و اصولاً چرا باید دانش‌آموز ریاضی یاد بگیرد؟**

❍ بسم‌الله الرحمن الرحیم. بنده بعد از فارغ‌التحصیلی، به‌عنوان استاد مدعو با دانشگاه اکستر و شفیلد انگلستان همکاری داشته‌ام. متخصصان آموزش ریاضی هدف‌های متعددی را برای آموزش و یادگیری ریاضی بیان کرده‌اند؛ از جمله اینکه ریاضیات به‌عنوان پایه‌ای برای علوم شناختی، مانند فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی و سایر علوم، در تبیین پدیده‌های طبیعت نقش دارد. اصولاً مأموریت علوم این است که پدیده‌های طبیعت را شناسایی کنند، به این منظور که بتوان بر آن‌ها مسلط شد و از آن‌ها استفاده کرد. جهان فیزیکی پر از پدیده است. حتی جوامع انسانی شهری و روستایی پدیده‌هایی هستند که برای بررسی تغییرات مداوم آن‌ها علوم محضی مانند فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی و ... به میدان آمده‌اند. البته امروزه سایر علوم نیز، از جمله جغرافیا، از ریاضیات بهره می‌برند.

جغرافیا بدون استفاده از ریاضیات نمی‌تواند پژوهش‌های خود را دربارهٔ پدیده‌ها به سرانجام برساند. برای مثال، چند سال قبل بنده در جایی خواندم که «انجمن جغرافی‌دانان آمریکا» برای متغیرهای جغرافیایی معادلاتی را تعریف کرده بود و ناچار شد یک دستگاه معادلهٔ خطی، شامل دو میلیون معادله با چهارصد هزار مجهول حل کند. اگر مجبور بودیم این دستگاه را به روش سنتی و دو معادله و دو مجهول یا سه معادله و سه مجهول حل کنیم، سال‌های سال و شاید صدها سال زمان می‌برد. خوش‌بختانه ریاضیات روشی را براساس «روش حذفی گاوس ـ جردن» ارائه کرده که امروزه برای آن برنامهٔ رایانه‌ای نیز نوشته شده است. این برنامه می‌تواند چنین دستگاه معادلات بزرگ را حل کند و کار صدساله را ظرف چند دقیقه انجام دهد. این قدرت ریاضیات است.

نمونهٔ دیگر پدیده‌ای مثل منظومهٔ شمسی است. برای شناخت پدیدهٔ منظومهٔ شمسی، حساب دیفرانسیل و انتگرال ابداع شد تا بتوانند چگونگی و چرایی حرکات سیارات منظومهٔ شمسی به دور خورشید و نیروهای درگیر و مسیرهای حرکتی آن‌ها را تبیین کنند که در حال حاضر یک درس دبیرستانی است. اگر حساب دیفرانسیل و انتگرال کشف نمی‌شد، همچنان این موضوع برای **کپلر، نیوتن، لایبنیتز** و بقیهٔ ستاره‌شناسان و فیزیک‌دانان، به‌صورت یک مسئلهٔ حل‌نشده باقی می‌ماند. در حال حاضر مدل‌سازی کاملاً مشخص و رفتار منظومهٔ شمسی قابل پیش‌بینی است. یا اقتصاد امروزه بدون ریاضیات معنی ندارد.

متأسفانه ما در ایران باور داریم فقط کسی که وارد رشتهٔ ریاضی می‌شود، باید ریاضی را بخواند و به خوبی فرا بگیرد و سایر رشته‌ها نباید ریاضی بخوانند. این بزرگ‌ترین اشتباه است. از نظر بنده کسی که رشتهٔ حسابداری، جغرافیا، اقتصاد (اکونومتری و اقتصادسنجی در اصل ریاضیات است) و ... می‌خواند، باید ریاضیات را در سطح خوب بداند. ولی متأسفانه خیلی از اقتصاددانان ما با دانش روز اقتصاد آشنا نیستند. چند سال قبل یکی از استادان اقتصاد دانشگاه تهران در زمینهٔ اکونومتری کتابی را ترجمه کرد که وقتی بنده آن را مطالعه کردم، متوجه شدم تقریباً نیمی از کتاب ریاضیات بود و نیم دیگر آن مقدمه‌ای بود برای نیمهٔ دیگر آن. کتاب حاوی مباحث ریاضی ماتریس، معادلات، دیفرانسیل و ... بود و من از وجود این مباحث ریاضی در آن تعجب کردم.

در حقیقت ریاضیات برای همهٔ علوم لازم است. حتی علوم انسانی نیز از این قضیه مستثنا نیستند و علوم انسانی دیگر مانند قدیم، داستان و قصه نیست. از نظر ریاضی‌دانان تا وقتی موضوعی به زبان ریاضی در نیاید، اصلاً علم نیست. حتی در باستان‌شناسی از جبر خطی استفاده می‌شود. در کتابی که توسط بنده و با همکاری چند تن از دوستان تألیف شد و در «دانشگاه پیام نور» به چاپ رسید، بخشی با عنوان «کاربرد جبر خطی در باستان‌شناسی» وجود دارد. بنده قبل از آن اصلاً فکر نمی‌کردم

مهم‌ترین نکته در نگارش کتاب این است که مطالب برای بچه‌ها قابل‌فهم و درک باشند، به‌صورت فعالیت‌محور تنظیم شوند بچه‌ها را به ریاضیات علاقه‌مند کنند

که در باستان‌شناسی هم بشود از جبر خطی استفاده کرد. در این کتاب مثال‌هایی از ترافیک شهری نیز آمده است که چطور می‌توان با کمک ریاضی ترافیک را سامان‌دهی کرد. یک‌طرفه کردن خیابان‌ها در شهرها بنیان ریاضی دارد.

● **صحبت‌های شما در مورد اهمیت ریاضی است. اگر امکان دارد صحبت‌های خود را ریزتر بیان کنید تا معلمان ما بدانند چگونه به دانش‌آموزان پیام‌های شما را منتقل کنند و از طریق این پیام، عشق به ریاضیات از پایه در کودکان شکل بگیرد. معلمان ما از این زاویه چگونه می‌توانند درک خوبی از نقش ریاضیات در علوم گوناگون پیدا کنند و به بچه‌ها اهمیت زیربنایی بودن ریاضیات را انتقال دهند؟**

❍ پرسش بسیار خوبی را مطرح کردید. بنده یکی از هدف‌های ریاضیات را بیان کردم که به سایر علوم در شناخت پدیده‌های طبیعت کمک می‌کند. بنده در کتاب خود با عنوان «آموزش و یادگیری ریاضیات»، سه هدف دیگر را شرح داده‌ام و از سه هدف دیگر نیز نام خواهم برد. اما قبل از آن در پاسخ به سؤال شما،

برای اینکه دانش‌آموزان را به ریاضیات علاقه‌مند کنیم، باید شیوهٔ یاددهی ـ یادگیری خود را تغییر دهیم. تا وقتی که ریاضیات به روش سنتی دیکته کردن، حافظه‌ای و دستوری آموزش داده شود، بچه‌ها با ریاضیات انس نخواهند گرفت. البته در حال حاضر کتاب‌های ریاضیات خوش‌بختانه به‌صورت فعالیت‌محور هستند، ولی در تدریس که مهم‌ترین بخش آموزش است، این موضوع فعلیت پیدا نمی‌کند. در صورتی که اصل تدریس است و بچه با کتاب کاری ندارد. دانش‌آموز نگاه می‌کند ببیند معلم ریاضی چه ریاضیاتی برای او دارد. معلم باید بداند چگونه مفهوم را به‌صورت فعال و مشترک با دانش‌آموزان سامان‌دهی کند.

هنر جدید معلمی این است که معلم کاری کند که دانش‌آموزان در صورت‌بندی مفهوم مورد آموزش شریک و سهیم باشند. مثلاً در آموزش قضیهٔ **فیثاغورس** به‌صورت سنتی، صورت مسئله نوشته می‌شود و شروع به اثبات آن می‌کنند، با این روش کودک فکر می‌کند این قضیه از کجا آمده و به‌صورت جادو

کسی که تفکر ریاضی دارد، دیدگاهی سالم و سازنده خواهد داشت و چون دانش جزئی از وجود اوست، هیچ‌وقت حاضر نیست آموخته‌های خود را فدای چیز دیگری کند

به نظرش می‌رسد. اما در اصل باید بتوان به‌صورت تجربی شأن نزول آن را با ترسیم چند مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع متفاوت و اندازه‌گیری اضلاع مثلث‌ها و کشف رابطهٔ موجود بین آن‌ها نشان داد و به دانش‌آموز در کشف مفاهیم کمک کرد. سپس اضلاع را مربع کنیم و بعد از بچه‌ها بپرسیم الان چه رابطه‌ای می‌بینند؟ اینکه مربع وتر برابر است با مجموع مربعات اضلاع. این قانون خلقت است که وقتی انسان چیزی را کشف کند، آن را دوست خواهد داشت. برای مثال، نجاری که با علاقه میزی را می‌سازد، به آن میز عشق خواهد ورزید و برای محافظت و نگهداری از آن سفارش می‌کند. ولی وقتی نجاری میزی را از روی عشق و علاقه نساخته باشد، نسبت به آن بی‌تفاوت است و هیچ توصیه‌ای نیز برای آن نمی‌کند. بنابراین این امر در همه جا مشهود است.

ما بچه‌ها را از یادگیری محروم می‌کنیم و روی آموزش تأکید می‌کنیم. در صورتی که آموزش جواب نمی‌دهد. بنده این موضوع را برای بسیاری از دبیران توضیح داده‌ام و آنان نیز قبول کرده‌اند. نظرشان این است که تمهیدات و ابزار کافی ندارند و بچه‌ها مشکلات اجتماعی و ... دارند. تا وقتی این اتفاق نیفتد و کلاس فعال به وجود نیاید، یادگیری اتفاق نمی‌افتد. به قول متخصصان ریاضی، در حقیقت باید کودکان در جاهایی از کشف ریاضی لذت ببرند و اتفاقاً این نوع کشف‌ها در دبستان و دبیرستان به راحتی می‌تواند اتفاق بیفتد.

کلاس ریاضی باید به شکل کارگاه ریاضی باشد و نه کلاس ریاضی. امروزه در کشورهای پیشرفته کارگاه‌های ریاضی وجود دارند و فضا طوری نیست که بچه‌ها روبه‌روی معلم بنشینند. بلکه بچه‌ها میز کار دارند و روبه‌روی هم می‌نشینند و با استفاده از نقاله، خط‌کش، کاغذ رنگی و ... مشغول کشف هستند و معلم فقط راهنمای آن‌هاست.

هدف‌های دیگری نیز در آموزش ریاضیات وجود دارند. ریاضی خود زیبایی و فرهنگ دارد و می‌تواند در اعتلای فرهنگ جامعه هم سهیم باشد. یکی از هدف‌های ریاضیات کمک به اعتلای فرهنگ است. فرهنگ مفهوم ثابتی نیست؛ به این معنا که یا باید رشد کند و یا نزول کند. ما باید از خود بپرسیم که ریاضی در چه مواردی می‌تواند به اعتلای فرهنگ کمک کند؟ برای مثال، ما در ریاضیات مفهومی به نام «نمادسازی» داریم. سعی می‌شود خیلی از چیزها به‌صورت ساده با یک نماد نشان داده شود و سپس روی آن کار شود. فرهنگ نیز همین‌طور است. به‌طور مثال با اختصاص کد به معنا و مفاهیم می‌توان عمل نمادسازی را در فرهنگ انجام داد و در پس هر کدی معنایی وجود دارد. مورد دیگر قدرت تفکر است. خداوند به بچه‌ها قدرت تفکر داده است. یکی از هدف‌های ریاضیات اعتلای قدرت تفکر است و آن را از قوه به فعل در می‌آورد. یعنی وقتی کودک مسئله‌ای را نمی‌تواند حل کند، نباید با ندادن نمره یا حل کردن مسئله برای او، از آن بگذریم، بلکه باید به کودک در حل مسئله کمک کنیم و با این کار قدرت تفکر او را بالا ببریم. باید ایمان داشته باشیم که کودکان می‌توانند مسئله حل کنند. بچه قوهٔ خلاقیت، استدلال و تفکر را می‌تواند در علوم دیگر هم یاد بگیرد، ولی متولی اصلی آن ریاضیات است.

● **در صورتی که تصور عموم این نیست و اغلب فکر می‌کنند که با خواندن ریاضی در نهایت مهندسی خواهند شد که می‌تواند یک ساختمان را به خوبی طراحی کند. در حالی‌که همان فرهنگی که به آن اشاره کردید، ریشه در ریاضیات دارد.**

○ تربیت ریاضی باید در کودکی صورت گیرد. با رشد استعدادهای کودک، او می‌تواند در آینده مهندس، پزشک، کارشناس و ... خوبی شود. اگر دانش‌آموز درس را با عشق و علاقه بخواند، می‌تواند در شغل خود نیز با علاقه خدمت کند. اما اگر تحصیل با تحمیل باشد، شخص در هر شغلی که وارد شود باز هم تصور تحمیلی بودن آن را دارد و نمی‌تواند بالنده، خلاق و موفق باشد. یکی از هدف‌های دیگر ریاضی تأمین آیندهٔ فرد و جامعه است. هر فردی برای موفق شدن ناچار است از فراگیری ریاضیات عبور کند و با رشد طبیعی تفکر و استدلال که بزرگ‌ترین قوای خدادادی است، به موفقیتی تثبیت‌شده برسد. ممکن است این قوا به‌صورت ظاهری رشد کند، ولی در یک مرحله از زندگی سقوط خواهد

کرد؛ چرا که رشد واقعی صورت نگرفته است. این اتفاقات متأسفانه در جامعهٔ ما به کرات دیده می‌شوند، به این دلیل که رشد رخ نداده است. رشد باید به‌صورت طبیعی صورت گیرد. برای مثال درخت در طول یک شبانه‌روز یکباره یک متر رشد نمی‌کند و عملاً رشد آن را به چشم نمی‌بینیم. رشد تفکر هم باید به این شکل باشد و رشدی طبیعی داشته باشد. دورهٔ ابتدایی مهم‌ترین دورهٔ آموزش محسوب می‌شود، ولی متأسفانه به آن بهای کافی داده نمی‌شود.

● صحبت‌های شما سؤالی را در ذهن من ایجاد کرد. جناب‌عالی بر اهمیت ریاضیات به‌عنوان اصل و اساس سایر علوم، حتی علوم انسانی، تأکید دارید. ریاضی را یک فرهنگ و تفکر می‌دانید. حال آنکه برخی هنوز تصور می‌کنند که این دانش در رشته‌های مرتبط، مثل فنی و مهندسی حائز اهمیت است. کمی دربارهٔ اهمیت داشتن تفکر ریاضی و نقش آن در زندگی افراد برایمان توضیح بدهید.

❍ کسی که تفکر ریاضی دارد، دیدگاهی سالم و سازنده خواهد داشت. اگر چنین فردی طراح ساختمان، حسابدار، اقتصاددان یا ... بشود، به این دلیل که دانش جزئی از وجود اوست، هیچ وقت حاضر نمی‌شود به فرض دانش حسابداری یا دانش اقتصادی خود را فدای چیز دیگری کند. پس وقتی بر یادگیری به جای آموزش تأکید داریم، به این دلیل است که یادگیری جزئی از وجود فرد می‌شود، ولی آموزش این‌طور نیست. مشکل این است که بچه‌ها بعد از دوازده سال خیلی از مطالب (اتحادها، قضیهٔ فیثاغورس، خواص عدد اول، مثلثات و ...) را فراموش می‌کنند و مطالب کمی در خاطرشان باقی می‌ماند. این موضوع به این دلیل است که یادگیری اتفاق نیفتاده است. یادگیری جزئی از پرستیژ و اخلاق انسان می‌شود. او حاضر نمی‌شود تحت فشار، محاسبات و دانش خود را تغییر و کاری نادرست انجام دهد. مثلاً پزشکی که چنین ویژگی‌هایی دارد، حاضر نخواهد شد به خاطر پول کارهای غیراخلاقی انجام دهد و اگر شخصی واقعاً به عمل نیاز نداشته باشد و با درمان جزئی قابل بهبود باشد، همین کار را انجام خواهد داد.

اگر افراد واقعاً با عشق و زحمت درس بخوانند و به جای آموزش، یاد بگیرند، خیلی از مشکلات حل خواهد شد. متأسفانه علاوه بر آموزش‌وپرورش، دانشگاه‌های ما نیز مشکل دارند. ما باید از خود بپرسیم که «چرا در کشورهای دیگر آمار مسائل اجتماعی و فساد کمتر است؟» نظام آموزشی باید پاسخگو باشد و باید برای آن چاره‌اندیشی کند و در این صورت به فرایندها و رویه‌های دیگری می‌توان رسید.

● سؤال بعدی من این است که چرا اساساً ساختار ریاضیات به گونه‌ای است که به کاربرد منجر می‌شود؟

❍ بنده در سؤال قبل به گونه‌ای این سؤال شما را پاسخ دادم اما باید باز هم تأکید کنم که اساساً ریاضیات از دو مسیر به وجود می‌آید و کشف می‌شود. یکی از مسیرهای مزبور این است که وقتی فیزیک‌دانان و شیمی‌دانان بررسی و پژوهش می‌کنند، نیازمند هستند که به گونه‌ای متغیرها را به یکدیگر ربط دهند و برای این کار به سمت ریاضی می‌آیند. همان‌طور که می‌دانید، بسیاری از فیزیک‌دانان ریاضی‌دان هم بودند. مثلاً **نیوتن** هم ریاضی‌دان بود و هم فیزیک‌دان. لایبنیتس هم فیزیک‌دان، هم ریاضی‌دان و هم فیلسوف بود. این دانشمندان ریاضی را برای شناسایی پدیده‌ها به وجود می‌آورند که بعدها با جدا شدن این ریاضیات از سایر علوم، ریاضیات شکل می‌گیرد. مثال‌های آن همان حساب دیفرانسیل یا روش حذفی گاوس جردن هستند. یعنی ریاضیات از روی ناچاری و برای شناخت پدیده‌ها به وجود می‌آیند.

یکی از ریاضی‌دانان فرانسوی قرن شانزدهم ـ به نظرم **پاسکال** بود، جایی زندگی می‌کرد که مردم شرط‌بندی می‌کردند. هنگامی که برای شرط‌بندی از وی کمک می‌خواهند، استدلال می‌کند که در این قضیه حتماً ریاضیاتی وجود دارد و ریاضیات می‌تواند به آن‌ها کمک کند. شرط‌بندی برای مردم آنجا کار مباحی بود. به این ترتیب برای شرط‌بندی مدل‌سازی ریاضی انجام می‌دهد و آمار و احتمال و ترکیبیاتی را که قبلاً وجود نداشتند، کشف می‌کند. بنابراین به ریاضی‌دان مراجعه می‌کنند و وی روی مسئله فکر می‌کند و مدل و فرمول ارائه می‌دهد.

برخی قضیه‌ها قله‌های ریاضی هستند و وقتی معلمان به این مباحث می‌رسند، باید مکث بیشتری کنند و زیبایی آن‌ها را به بچه‌ها انتقال دهند

شکل کلاس‌های اول ابتدایی، یا متکلم‌وحده بودن معلم باید تغییر کند. مثلاً می‌توان از میزهای کارگاهی کوچک استفاده کرد

راه دیگر نیز از درون خود ریاضیات است. ریاضیات زیبایی‌هایی دارد. در یونان باستان هنگامی که قضیهٔ فیثاغورس کشف شد، در آن زمان به دنبال کاربـــرد آن نبودند. یا زمانی که عددهای اول کشف شـــدند، به احتمال قریب به یقین کاربردی برای آن قائل نبودند. یعنی ریاضیات را دوســـت داشتند. مثلاً عددهای اول را به‌عنوان عددهایی که خواصی دارند که عددهای مرکب ندارند، شناسایی کردند و برایشان جالب بود. اما امروزه از عددهای اول در نظریهٔ کدها و در نظریهٔ امنیت رایانه‌ای در سطح عالی و پیچیده استفاده می‌کنند. یعنی مفاهیمی درون ریاضیات به وجود آمده‌اند کـــه در آن زمان «ریاضیات محض» به آن‌ها گفته می‌شـــد، در صورتی که ریاضیات محضی شاید به آن معنا واقعاً وجود نداشته باشد. چون از همهٔ ریاضیات به گونه‌ای استفاده شده است.

● **پس درواقع می‌توان گفت که بخشی از ریاضیات علمی است که به تناســـب نیاز از آن استفاده می‌کنیم و بخش دیگر آن مفاهیمی است که نیازها آن‌ها را تولید می‌کنند. شما که وارد عرصهٔ ریاضیات شده و سال‌ها عمر خود را صرف این رشته کرده و هم ریاضی خوانده و هم تدریس و هم تألیف کرده‌اید، از نگاه خود زیبایی در ریاضیات را چگونه تعریف می‌کنید؟**

❍ ملاک‌های زیبایی در ریاضیات را شـــخصی در کمبریج به نام **هاردی** در کتاب خود با عنوان «اعتراف ریاضی‌دان» آورده است. بنده مطالبی را در این زمینه برداشت کرده‌ام. سؤال اول این است: «ما چه چیزی را زیبا می‌دانیم؟» زیبایی ویژگی‌هایی دارد. یکی از ویژگی‌هایش این اســـت که غیرمنتظره است. اگر غیرمنتظره نباشـــد، طبیعتاً می‌گوییم ما قبلاً چنین چیزی را دیده‌ایم. برای مثال، اگر کســـی یـــک تابلو را طراحی کند که قبلاً شما دیده باشید، شما را جذب نمی‌کند. ولی اگر تابلویی باشـــد که به دلایلی غیرمنتظره باشد، شما را جذب می‌کند و در مورد ســـبک، حکمت و تفســـیر تصویر سؤال‌هایی به ذهن شما می‌آیند.

ویژگی دیگر عمق است. ریاضیاتی زیباست که عمق داشته باشـــد. همهٔ ریاضیات مثل هر چیز دیگری، به یک نسبت زیبا نیســـت. ما به هر حقیقت ریاضی «قضیـــه» می‌گوییم. چون برای آن اثبات داریـــم. در ریاضیات ده‌ها میلیون قضیه وجود دارند. بنابراین ریاضیات بســـیار وسیع است و بیش از هشتاد شاخهٔ اصلی دارد. در هر شاخه نیز ماهانه بیش از صدها قضیه اضافه می‌شـــود. چون در هر شاخه دانشجویان و ریاضی‌دانان در دانشگاه‌های کشورهای جهان تحقیقات متعددی انجام می‌دهند و حاصلـــش را در مجلات چاپ می‌کنند. اما همهٔ قضیه‌ها به یک نسبت زیبا نیستند. قضیه‌ای زیباتر است که عمق بیشتری داشته باشد. چرا قضیهٔ فیثاغورس زیباست؟ چون اولاً غیرمنتظره است. در مثلث هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر است و وقتی مربع شود، باز هم این نسبت باید بیشتر به هم بخورد. ولی وقتی در مثلث قائم‌الزاویه مجموع مربع دو ضلع با مربع یک ضلع برابر می‌شـــود، غیرمنتظره اســـت. عمق چنین قضیه‌ای در ریاضیات بسیار زیاد است. اگر این قضیه نباشد، بسیاری از روابط در مثلثات وجودی پیدا نخواهند کرد.

● **منظور شما از عمق این است که یک قضیه پیش‌زمینه‌ای برای سایر قضیه‌ها می‌شود؟ یعنی از نظر شما دلیل عمق داشتن برخی از قضیه‌های ریاضی این است که زیرشاخه و پایهٔ بسیاری از مباحث ریاضی و علوم دیگرند؟**

❍ بله. عمق بدین معنا که کاربردی باشـــد و پیش‌زمینه‌ای نیز برای سایر قضیه‌ها باشد. این گونه قضیه‌ها قله‌های ریاضی هستند. وقتی معلمان به این مباحث می‌رسند، باید مکث بیشتری کنند و زیبایی آن‌ها را به دانش‌آموزان منتقل کنند؛ چه به‌صورت شهودی و چه به‌صورت داســـتان. کتابی از دکتر **مهدی بهزاد** با عنوان «افسانهٔ پادشاه و ریاضیات» وجود دارد که حاوی نمایش‌نامه‌های متعددی است و برای علاقه‌مند کردن بچه‌ها به ریاضیات تألیف شده است. ما باید بتوانیم ریاضیات را با انیمیشن و تئاتر به بچه‌ها آموزش دهیم. ریاضیات خشک نیست، ما آن را خشک کرده‌ایم. چون ریاضی از حالت طبیعی خارج شده است، بچه‌ها از آن زده می‌شوند. البته هر چیزی از حالت طبیعی خود خارج شود، افراد از آن زده می‌شوند.

متأســـفانه برخی از دبیران اعتقاد دارند و بیان می‌کنند که ریاضیات بسیار مشکل است و با این کار فکر می‌کنند که شخصیت خود را بالا می‌برند. در صورتی که اگر توانستید ریاضیات را آسان کنید، شخصیت شما بالا خواهد رفت. چرا باید بچه‌ها و والدین از اینکه وارد رشتهٔ ریاضی شوند، ترس داشته باشند؟ در صورتی که هر رشته‌ای بالاخره مقداری ریاضی خواهد داشت. باید ریاضی را به قدری زیبا جلوه داد که فرد عاشقانه ریاضی را دنبال کند. در کشورهای دیگر نیز بنده شاهد بوده‌ام که ریاضیات را با سایر علوم همسنگ نمی‌دانند و بالاخره آن را از سایر علوم مقداری مشکل‌تر می‌دانند، ولی ریاضیات را دوست دارند و به آن حس بدی ندارند. حتی کســـانی که ریاضی هم نخوانده‌اند، ریاضی را دوست دارند و در حد اطلاعات خود از آن اســـتفاده می‌کنند و برای کسی که ریاضی خوانده و ریاضی کار می‌کند نیز احترام بیشتری قائل‌اند. اما من این جریان را خیلی در ایران نمی‌بینم.

● **آموزش ریاضی در زمانی که شما محصل یا دانشجوی ریاضی بودید، با زمان حاضر چه تفاوت‌هایی داشت؟**

○ زمانی که ما سال اول دبیرستان را پشت سر گذاشتیم و وارد مرحلهٔ انتخاب رشته شدیم، سه رشته وجود داشت: علوم طبیعی، علوم ادبی و ریاضی. به‌طور کلی درس خواندن در آن زمان برای بچه‌ها انگیزه‌های بیشتری داشت. مثلاً ریاضی خواندن با این هدف نبود که استاد ریاضی یا مهندس شویم. در آن زمان خوش‌بختانه معلمانی داشتیم که به خوبی ریاضیات را عرضه می‌کردند. البته یادگیری حالت تعاملی نداشت.

● **منظور شما از اینکه حالت تعاملی نداشت، چیست؟**

○ یعنی یادگیری به گونه‌ای نبود که به بچه‌ها در کشف ریاضیات کمک کنند (روش کشفی)، ولی به قدری مسلط بودند که ریاضیات را به خوبی عرضه می‌کردند. مثلاً معلم هندسه به قدری زیبا شکل‌های هندسی را می‌کشید و قضایا را توضیح می‌داد که ما شیفتهٔ آن می‌شدیم. گفتار، روش و تسلطی که در کلاس داشت، بچه‌ها را جذب می‌کرد. سر کلاس مطالب تفهیم می‌شدند و بچه‌هایی که به درس گوش می‌دادند، از گفتار معلم لذت می‌بردند. متأسفانه امروزه این‌گونه نیست. امروزه می‌بینیم حجم ریاضیات در مدرسه‌های غیرانتفاعی زیاد شده است و این موضوع هیچ‌گاه جایگزین کیفیت نمی‌شود. در حالی که باید کیفیت تدریس ارتقا پیدا کند. مدرسه‌های غیرانتفاعی حجم مطالب را نسبت به مدرسه‌های دیگر بیشتر می‌کنند و باعث خستگی بیشتر بچه‌ها می‌شوند. حجم زیاد بچه‌ها را خسته می‌کند. در حال حاضر بچه‌ها فقط به فکر نمره‌اند و همه به دنبال نمره‌های ۱۹ یا ۲۰ هستند. در صورتی که ما به دنبال نمره نبودیم و فقط دغدغهٔ یادگیری مفاهیم را داشتیم. فلسفهٔ مدرسه این نیست که برای آزمون بنا شده باشد، بلکه برای یادگیری بنا گردید و بعد آزمون و امتحان وارد آن شد. امروزه یادگیری فراموش شده و مدرسه صرفاً مکانی برای آزمون شده است.

● **در مورد نکته‌ای که فرمودید، مبنی بر اینکه بچه‌ها در آن زمان در کلاس یاد می‌گرفتند، شاید استعداد عامل تأثیرگذاری باشد و با تدریس معلم، بعضی از بچه‌ها درس را در کلاس یاد بگیرند و برخی یاد نگیرند، یا اینکه ممکن است دانش‌آموزی ده مطلب را در کلاس درک کند و موضوع یازدهم را متوجه نشود. استعداد عاملی است که همیشه وجود داشته و وجود دارد و وابسته به زمان خاصی نیست. تأثیرگذار نیز خواهد بود. البته این موضوع در مورد همهٔ درس‌ها صدق می‌کند. لطفاً راهنمایی بفرمایید که وقتی معلمان با چنین دانش‌آموزانی مواجه می‌شوند، چه کارها و اقداماتی باید انجام دهند که در پایان سال تحصیلی همهٔ دانش‌آموزان مباحث را فرا بگیرند و اگر فرضاً این یادگیری در کلاس هم اتفاق نیفتاد، معلم بتواند با تمهیداتی یادگیری درست و صحیح را رقم بزند.**

○ در ریاضیات دو بخش وجود دارد: محتوایی که ارائه می‌شود و در آن مثال‌ها و مسائلی وجود دارند، و در پایان، بخش تمرینات. یعنی فرمت کتاب درسی به گونه‌ای است که یک بخش محتوایی و یک بخش تمرینی در آن وجود دارد. اگر دانش‌آموز با محتوا مشکل دارد، باید سعی شود با روش‌های دیگر و ساده‌تر محتوا به او تفهیم شود. البته تفاوت‌های فردی وجود دارند، ولی به‌صورت فاحش نیستند. اگر در بخش مسائل و تمرینات مشکل وجود داشته باشد، می‌توان با دادن مسائل واسطه، مشابه، ساده و مکمل کتاب، توان حل تمرینات مشکل‌تر را آموزش داد. متأسفانه معلمان ما این اقدامات را انجام نمی‌دهند و گاهی حتی مسائل مشکل‌تر نیز می‌دهند و مسائل ساده‌تر نمی‌دهند و با این اقدام، کار را مشکل‌تر می‌کنند. به هر حال باید روش تشویقی را در پیش گرفت.

طبیعی است که بچه‌ها از ۱۰۰ درصد مطالب، ۸۰ درصد آن را درک کنند. اشکالی ندارد اگر برای همین درصد و با ارفاق دو نمره، به بچه‌ها نمره بدهیم و به کسی که مثلاً نمرهٔ ۱۷ کسب کرده، با دو نمرهٔ تشویقی، ۱۹ بدهیم. با این کار بچه‌ها را به درس وابسته می‌کنیم. اگر معلمان روش تشویقی را پیش بگیرند و دانش‌آموزان را بدهکار کنند، آن‌ها به درس خود وابسته می‌شوند. چون دانش‌آموز با کسب نمرهٔ تشویقی می‌داند که حق این نمره را ندارد، ولی سعی می‌کند آن را جبران کند.

شگردهای این‌چنینی یا شگرد خودآزمایی نیز وجود دارند. در نظام آموزشی ما خودآزمایی وجود ندارد، در صورتی که در کشورهای پیشرفته معلم به دانش‌آموزان یاد می‌دهد که چگونه خود را بیازمایند و با خودآزمایی اشکال‌های احتمالی خود را متوجه شوند. این روش نیز فنی است که جای خالی آن حس می‌شود.

یادگیری گروهی نیز فن مؤثری است، چون بچه‌ها از هم بهتر یاد می‌گیرند. متأسفانه ما روی این روش نیز کار نمی‌کنیم. سامان‌دهی بچه‌ها و گروه‌بندی آنان به منظور کار گروهی، حس تعاون و دوستی را به وجود می‌آورد. دانش‌آموزی که فرایند یادگیری را سریع‌تر طی کرده است، با آموزش به دوستانش، خود مطالب را بهتر درک می‌کند. این روش‌ها از قدیم وجود داشتند، به طوری که بعد از مدرسه برای درس خواندن به خانه‌های یکدیگر می‌رفتیم. متأسفانه در حال حاضر چنین چیزی وجود ندارد و اگر بچه‌ها به خانه‌های هم بروند، برای درس خواندن نمی‌روند.

پایان قسمت اول